
Fecha de inicio: 24/04/2020

Consultor: Andrés García Saavedra

Fecha límite de entrega: 15/05/2020

- Envía la solución en un archivo PDF que has de llamar PEC4_MT_Apellido1.Apellido2.
- Justifica siempre tus respuestas.
- Todos los ejercicios puntúan por igual.
- Puedes utilizar software matemático (por ejemplo, CalcMe) para las integrales y las gráficas, pero recuerda que el examen no se permite usar el software CalcMe.

Ejercicios:

1. Un método básico de modulación digital de datos es el conocido como modulación por desplazamiento de fase o, en inglés, Phase Shift Keying (PSK). Según este método, una señal de fase codifica datos binarios (flujos de 0's y 1's) en una frecuencia portadora. Definimos, por tanto una fase aleatoria $\theta(n)$ como:

$$\theta(n) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si el bit } n \text{ es } 1 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{otro caso} \end{cases}$$

para cualquier $n = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Dejamos que T denote la duración de la señal usada para cada bit de modo que T es múltiplo del periodo de la frecuencia portadora f_c (esto significa que es múltiplo de la tasa de transmisión); es decir, $T = \frac{m}{f_c}$ para algún entero $m \geq 1$. Definimos, por tanto, la señal de fase (codificador) como

$$\Theta(t) = \theta(n), \quad nT \leq t < (n+1)T$$

Una vez codificados los datos en una señal portadora, la señal que se transmite es, por lo tanto:

$$X(t) = \cos(2\pi f_c t + \Theta(t))$$

Supón que se envía una señal binaria donde cada bit es generado de forma aleatoria e independiente como 1 con probabilidad p o 0 con probabilidad $1 - p$. Se pide:

- a) Calcula el valor medio del proceso $m_X(t)$.
- b) Calcula la autocorrelación del proceso $R_X(t_1, t_2)$.

Nota: Recuerda la identidad $\cos(A + B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B)$

- 2. Un contador pretende registrar eventos que ocurren según un proceso de Poisson con tasa λ . Cada vez que un evento es registrado por el contador, el contador queda inoperativo durante un tiempo igual a T segundos durante el cual no registra ningún evento que pudiera ocurrir en ese intervalo. Si usamos $R(t)$ para modelar el número de eventos que son realmente registrados hasta el tiempo t , calcula la probabilidad de que los primeros k eventos sean todos registrados.
- 3. Considera un switch Ethernet que recibe paquetes de datos según un proceso de Poisson con tasa $\lambda = 2$ paquetes/segundo. Calcula el tiempo T que maximiza la probabilidad de tener exactamente la llegada de un paquete en el switch durante ese tiempo.
- 4. Sea X una variable aleatoria tal que $E(X) = 0$, $\text{Var}(X) = 4$. Supongamos que hemos tomado dos observaciones Y_1 e Y_2 tal que

$$Y_1 = X + W_1,$$

$$Y_2 = X + W_2,$$

donde $E(W_1) = E(W_2) = 0$, $\text{Var}(W_1) = 1$ y $\text{Var}(W_2) = 4$. Suponiendo que X , W_1 y W_2 son variables aleatorias independientes, calcula la mejor estimación lineal en media cuadrática de X en función de Y_1 e Y_2 .