

---

**Fecha de inicio:** 14/03/2020

**Consultor:** Andrés García Saavedra

**Fecha límite de entrega:** 03/04/2020

- Envía la solución en un archivo PDF que has de llamar PEC2\_MT\_Apellido1.Apellido2.
  - Justifica siempre tus respuestas.
  - Todos los ejercicios puntúan por igual.
  - Puedes utilizar software matemático (por ejemplo, CalcMe) para las integrales y las gráficas, pero recuerda que el examen no se permite usar el software Calcme.
- 

## Ejercicios:

1. Sea  $X$  una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Se sabe que, dado  $X = x$ , la variable aleatoria  $Y$  se distribuye uniformemente entre  $[-x, x]$ .

- a) Calcula la función de densidad de probabilidad conjunta  $f_{XY}(x, y)$ .
- b) Calcula la función de densidad marginal,  $f_Y(y)$ .

2. Sea  $X$  una variable aleatoria continua distribuida uniformemente entre  $-2$  y  $2$ , es decir,  $X \sim U(-2, 2)$ . Sea  $Y = g(X)$  otra variable aleatoria función de  $X$  donde

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Caracterice la función de distribución y la función de densidad de probabilidad de  $Y$ .

3. Sean  $U$  y  $V$  dos variables aleatorias discretas con la siguiente función de densidad conjunta:

$U \setminus V$	0	3	5	7
0	0,1	0,1	0,1	0,1
2	0,2	0,2	0,1	0,1

Se definen las variables  $X = 2U - 3V$  y  $Y = U + 4V$ . Se pide:

- Calcula la función de densidad conjunta de  $(X, Y)$ .
- Calcula las funciones de densidad marginales de  $X$  e  $Y$ .

4. Sean dos variables aleatorias  $X_1$  y  $X_2$  independientes y uniformemente distribuidas entre 0 y 1, es decir,  $X_1 \sim U(0, 1)$  y  $X_2 \sim U(0, 1)$ . Calcula la esperanza matemática del máximo entre  $X_1$  y  $X_2$ , es decir,  $E[\max(X_1, X_2)]$ .

**Pista:** Caracterice primero la función de distribución de  $Y := \max(X_1, X_2)$ .